

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۹	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
نمره			

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است .

۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید .</p> <p>الف) ماتریس مربعی که همه درایه های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشند را ماتریس .....گویند.</p> <p>ب) مکان هندسی، مجموعه نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه آنها یک ویژگی..... داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.</p> <p>پ) در حالتی که <math>\frac{c}{a} = 1</math> بیضی به یک .....تبدیل می شود.</p> <p>ت) بردار <math>\vec{a} = 2\vec{j} - \vec{k}</math> در فضا سه بعدی بر صفحه مختصات سه بعدی .....منطبق است. (XOZ , YOZ, XOY)</p>
۲	<p>درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر A و B دو ماتریس <math>3 \times 3</math> دلخواه باشند آنگاه عبارت <math>(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2</math> همواره برقرار است .</p> <p>ب) اگر صفحه P به گونه ای باشد که هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور باشد، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک هذلولی است .</p> <p>پ) نقطه <math>(3, -2)</math> روی دایره <math>x^2 + y^2 + 2x = 0</math> قرار دارد.</p> <p>ت) برای سه بردار <math>\vec{i}</math> و <math>\vec{j}</math> و <math>\vec{k}</math> به طول های واحد روی محورهای مختصات در <math>\mathbb{R}^3</math>، داریم: <math>\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}</math> .</p>
۳	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 4 &amp; a \\ b &amp; -1 \end{bmatrix}</math>، <math>B = \begin{bmatrix} 1 &amp; -2 \\ 3 &amp; 2 \end{bmatrix}</math> باشد مقادیر a و b را طوری به دست آورید که حاصل ضرب <math>A \times B</math> ماتریس قطری باشد.</p>
۴	<p>دو ماتریس <math>A = \begin{bmatrix} -1 &amp; 1 \\ 0 &amp; 2 \\ -2 &amp; 3 \end{bmatrix}</math>، <math>B = \begin{bmatrix} 1 &amp; -1 &amp; 0 \\ -2 &amp; 3 &amp; -2 \end{bmatrix}</math> در نظر بگیرید</p> <p>الف) آیا جمع دو ماتریس A و B تعریف می شود؟ چرا؟</p> <p>ب) حاصل <math> A \times B </math> را به دست آورید .</p>
۵	<p>ماتریس <math>A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 &amp; -1 \\ 2 &amp; 3 \end{bmatrix}</math> مفروض است، ماتریس A را به دست آورید.</p>
۶	<p>مقدار m را طوری بیابید که دستگاه معادلات خطی <math>\begin{cases} 2x + my = 1 \\ (m-1)x + y = 3 \end{cases}</math> جواب نداشته باشد.</p>
۷	<p>معادله دایره ای را بنویسید که <math>O(0, 1)</math> مرکز آن بوده و روی خط به معادله <math>x + y = 2</math> و تری به طول <math>2\sqrt{2}</math> جدا کند.</p>
« ادامه سوالات در صفحه دوم »	

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۹	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۸	در نقطه $A(2, 3)$ روی دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3$ مماسی بر آن رسم کرده ایم، معادله این خط مماس را به دست آورید.	۱
۹	در بیضی روبرو نقاط $A, A'$ دو سر قطر بزرگ و نقاط $F, F'$ کانون های بیضی هستند ثابت کنید: $A'F' = AF$	۱/۲۵
۱۰	در بیضی مقابل، طول قطر کوچک $\frac{\sqrt{3}}{2}$ طول قطر بزرگ است. اندازه زاویه $F'BF$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۱	سه می به معادله $y^2 - 2y + 8x + 9 = 0$ را در نظر بگیرید: الف) مختصات راس، کانون و معادله خط هادی سه می را به دست آورید. ب) نمودار سه می را رسم کنید.	۲
۱۲	نقطه $A$ به طول ۲ روی محور $x$ ها و نقطه $B$ روی صفحه $xOz$ به طول ۱ و ارتفاع ۳ در فضای سه بعدی مفروض اند. الف) مختصات نقاط $A$ و $B$ را مشخص کنید. ب) طول پاره خط $AB$ را محاسبه کنید. پ) مختصات وسط پاره خط $AB$ را به دست آورید.	۲
۱۳	تصویر قائم بردار $\vec{a} = (2, -1, 2)$ را بر امتداد بردار $\vec{b} = (1, -1, 0)$ بیابید.	۱/۲۵
۱۴	بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ به طول های $ \vec{a}  = 3$ و $ \vec{b}  = 26$ و اندازه ضرب خارجی $ \vec{a} \times \vec{b}  = 72$ مفروضاند. اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ کمتر از $90^\circ$ باشد مقدار ضرب داخلی دو بردار را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۵	مقدار $m$ را طوری تعیین کنید که سه بردار $\vec{a} = (2, -1, 3)$ , $\vec{b} = (0, m, -1)$ , $\vec{c} = (1, -2, 3)$ در یک صفحه باشند.	۱
۲۰	موفق و سربلند باشید .	جمع نمره

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۶/۲۹		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://ace.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰	
ردیف	راهنمای تصحیح		نمره
۱	الف) قطری (۰/۲۵) ص ۱۲ (ب) مشترک (۰/۲۵) ص ۳۶ (پ) پاره خط (۰/۲۵) ص ۴۹ (ت) $YOZ$ (۰/۲۵) ص ۷۳		۱
۲	الف) نادرست (۰/۲۵) ص ۲۱ (ب) نادرست (۰/۲۵) ص ۳۹ پ) نادرست (۰/۲۵) ص ۴۲ (ت) درست (۰/۲۵) ص ۸۱		۱
۳	$A \times B = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+3a & -8+2a \\ b-3 & -2b-2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} -8+2a = 0 \text{ (۰/۲۵)} \rightarrow a = 4 \text{ (۰/۲۵)} \\ b-3 = 0 \text{ (۰/۲۵)} \rightarrow b = 3 \text{ (۰/۲۵)} \end{cases}$ ص ۲۱		۱/۵
۴	الف) خیر (۰/۲۵) - زیرا دو ماتریس هم مرتبه نیستند. (۰/۵) ص ۱۳ ب) $A \times B = \begin{bmatrix} -3 & 4 & -2 \\ -4 & 6 & -4 \\ -8 & 11 & -6 \end{bmatrix}$ (۰/۵) $ A \times B  = 0$ (۰/۵) ص ۳۰		۱/۷۵
۵	ص ۲۳ $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow  A^{-1}  = 8$ (۰/۲۵), $A = (A^{-1})^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ (۰/۵)		۱
۶	ص ۲۶ $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \xrightarrow{(۰/۲۵)} \frac{2}{m-1} = \frac{m}{1} \neq \frac{1}{3} \xrightarrow{(۰/۲۵)} m(m-1) = 2 \xrightarrow{(۰/۲۵)} \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$ (۰/۵)		۱/۲۵
۷	از مرکز دایره بر وتر عمود می کنیم عمود $OH$ وتر $AB$ را نصف می کند. $OH = \frac{ x+y-2 }{\sqrt{1+1}} = \frac{ 0+1-2 }{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۰/۵) $OA^2 = OH^2 + AH^2 \xrightarrow{(۰/۲۵)} OA^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (\sqrt{2})^2 = \frac{1}{2} = R^2$ (۰/۵) $(x-0)^2 + (y-1)^2 = \frac{1}{4}$ (۰/۲۵)		۱/۵
« ادامه در صفحه دوم »			

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۶/۲۹		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://ace.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
۱	$m_{AO} = \frac{3-1}{2-1} = 2$ <p>برابر است با: <math>A(2,3)</math> در نقطه <math>(0/25)</math> شیب خط عمود بر دایره مرکز دایره برابر است با <math>(1,1) O</math></p> $m' = -\frac{1}{m_{OA}} = -\frac{1}{2}$ <p>در نقطه <math>A(2,3)</math> شیب خط مماس بر دایره و برعکس شیب خط عمود است <math>(0/25)</math></p> $(0/25) \text{ معادله خط مماس بر دایره برابر است با: } (x-2) = \frac{-1}{2}(y-3)$ <p>ص ۴۵</p>	۸	
۱/۲۵	<p>نقطه <math>A', A</math> روی بیضی قرار دارند بنا به تعریف بیضی داریم <math>A'F' + A'F = 2a</math> و <math>AF' + AF = 2a</math> نتیجه می گیریم:</p> $A'F' + A'F = AF + AF' \xrightarrow{(0/25)} A'F' + (A'F' + FF') = AF + (AF + FF')$ $\xrightarrow{(0/5)} AF = A'F'$ <p>ص ۴۸</p>	۹	
۱/۲۵	<p>در مثلث BOF داریم:</p> $\cos \widehat{OBF} = \frac{BO}{BF} \xrightarrow{BF=a, BO=b(0/25)} \cos \widehat{OBF} = \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{(0/25)}$ $\widehat{OBF} = 30^\circ \quad (0/25) \quad \longrightarrow \quad F'\widehat{BF} = 2\widehat{OBF} = 60^\circ \quad (0/25)$ <p>ص ۵۸</p>	۱۰	
۲	<p>(الف)</p> $y^2 - 2y + 1 = -8x - 9 + 1 \longrightarrow (y-1)^2 = -8(x+1) \xrightarrow{(0/5)} A = (-1, 1), a = 2 \quad (0/5)$ <p><math>F(-3, 1) \quad (0/25), x = 1 \quad (0/25)</math></p> <p>ص ۵۵</p> <p>(ب) رسم سهمی <math>(0/5)</math></p>	۱۱	
۲	<p>(الف) <math>A = (2, 0, 0) \quad (0/25), B = (1, 0, 3) \quad (0/25)</math></p> <p>(ب) <math>AB = \sqrt{(2-1)^2 + (0-0)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{10} \quad (0/25)</math></p> <p>(پ) <math>M = \left( \frac{2+1}{2}, \frac{0+0}{2}, \frac{0+3}{2} \right) = \left( \frac{3}{2}, 0, \frac{3}{2} \right) \quad (0/25)</math></p> <p>ص ۶۶ و ۷۶</p>	۱۲	
« ادامه در صفحه سوم »			

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۶/۲۹		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://ace.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۱۳	$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \times 1 + (-1)(-1) + 2 \times 0 = 3 \quad (0/25)$ $ \vec{b}  = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2} = \sqrt{2} \quad (0/25)$ $a' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{3}{2} (1, -1, 0) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, 0\right) \quad (0/25)$	۱/۲۵	ص ۸۰
۱۴	<p>روش اول:</p> $ \vec{a} \times \vec{b}  =  \vec{a}   \vec{b}  \sin \theta \xrightarrow{(0/25)} \sin \theta = \frac{72}{3 \times 26} = \frac{12}{13} \quad (0/25) \longrightarrow \cos \theta = \pm \frac{5}{13} \quad (0/25)$ $\xrightarrow{\theta < 90} \cos \theta = \frac{5}{13} \quad (0/25) \longrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}   \vec{b}  \cos \theta = 30 \quad (0/25)$ <p>روش دوم:</p> $ \vec{a} \times \vec{b} ^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 =  \vec{a} ^2  \vec{b} ^2 \xrightarrow{(0/25)} 72^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = 3^2 \times 26^2 \quad (0/25)$ $(\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = 900 \xrightarrow{(0/25)} (\vec{a} \cdot \vec{b}) = \pm 30 \xrightarrow{\theta < 90} (\vec{a} \cdot \vec{b}) = 30 \quad (0/25)$	۱/۲۵	ص ۸۴
۱۵	$\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) = 0 \xrightarrow{(0/25)} (0, m, -1) \cdot ((3, -3, -3)) = 0$ $\xrightarrow{(0/25)} -3m + 3 = 0 \xrightarrow{(0/25)} m = 1 \quad (0/25)$	۱	ص ۸۲
۲۰	جمع نمره		موفق و سربلند باشید

"مصحح گرامی، به راه حل‌های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود"