

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۲۱	ساعت شروع: ۱۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی- فیزیک	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

سوالات فصل اول

۲/۲۵	الف) اگر $A = \begin{bmatrix} m & 0 \\ m-2 & n \end{bmatrix}$ ماتریسی اسکالر باشد مقادیر m و n را بیابید. ب) اگر $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$ ، ماتریس B را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید. پ) ماتریس $(B^2 + 2I)$ را محاسبه کنید. (I ماتریس همانی مرتبه سه است)	۱
۱/۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ ، نشان دهید: $(5A)^{-1} = \frac{1}{5} A^{-1}$	۲
۱	با استفاده از ویژگی‌های ضرب ماتریس‌ها و ماتریس همانی I درستی رابطه زیر را ثابت کنید: $(A - 3I)^2 = A^2 - 6A + 9I$	۳
۱/۲۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ ، حاصل $ \frac{1}{2}A^4 $ را به دست آورید.	۴

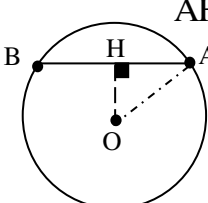
سوالات فصل دوم

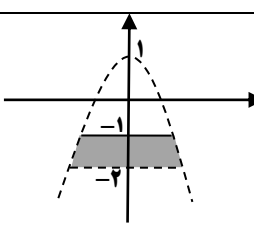
۰/۵	الف) هرگاه دو خط d و l موازی باشند، از دوران d حول l سطحی ایجاد می‌شود. اگر صفحه P بر خط l عمود باشد، سطح مقطع صفحه P و سطح ایجاد شده بیضی است. (درست-نادرست) ب) مکان هندسی مرکز همه دایره‌های با شعاع ثابت یک، که بر دایره $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 16$ مماس خارج باشند، دایره‌ای به مرکز $O(1, -2)$ و شعاع است.	۵
۱/۲۵	معادله دایره‌ای را بنویسید که $O(2, -1)$ مرکز آن بوده و از خط $3x - 4y + 10 = 0$ و تری به طول ۶ جدا کند.	۶
۱	در دایره به معادله ضمنی $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ با استفاده از روش مربع کامل، ثابت کنید شعاع دایره برابر با $r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2}$ است.	۷
۱/۲۵	در یک بیضی مختصات کانون‌ها $F(4, 0)$ و $F'(-2, 0)$ و طول قطر بزرگ برابر با ۱۰ است. اگر نقطه $P(1, m)$ روی این بیضی قرار داشته باشد، مقدار m را بیابید.	۸
ادامه سوالات در صفحه دوم		

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۲۱	ساعت شروع: ۱۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی- فیزیک	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۹	بیضی با قطر بزرگ ۲a، قطر کوچک ۲b و کانون های F و F' مطابق شکل روبه رو مفروض است. اگر خطی در کانون F بر قطر کانونی عمود باشد و بیضی را در نقطه D قطع کند، ثابت کنید: $DF = \frac{b^2}{a}$	۱/۲۵
۱۰	معادله سهمی را بنویسید که F(-۳, ۲) مختصات کانون و معادله خط هادی آن x = ۱ باشد.	۱/۲۵
۱۱	مختصات نقاط برخورد سهمی $y^2 + 7x + 5 = 0$ و دایره $x^2 + y^2 = 25$ را به دست آورید.	۱/۵
سوالات فصل سوم		
۱۲	الف) معادله صفحه ای که بر محور Z ها در نقطه به مختصات $A = (0, 0, 3)$ عمود باشد، به صورت است. ب) شکل کلی (نمودار) مربوط به روابط $-2 < y \leq -1$, $y < -x^2 + 1$ را در فضای دو بعدی رسم کنید.	۱/۲۵
۱۳	اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (2, -1, n)$ و $\vec{b} = (1, 0, -1)$ برابر با ۱۳۵ درجه باشد، مقدار n را بیابید.	۱/۵
۱۴	ثابت کنید اگر دو بردار \vec{a} و \vec{b} در یک راستا باشند، آنگاه تصویر قائم \vec{a} بر امتداد \vec{b} ، برابر خود \vec{a} می شود.	۱/۲۵
۱۵	سه بردار $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} + \vec{k}$ و $\vec{c} = (0, 2, 1)$ را در نظر بگیرید: الف) طول بردار $2\vec{b} - \vec{c}$ را به دست آورید. ب) مساحت متوازی الاضلاع که روی دو بردار \vec{a} و $\vec{c} + \vec{b}$ ایجاد می شود را به دست آورید.	۲
۲۰	موفق و سربلند باشید	جمع نمره

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه		ساعت شروع: ۱۰ صبح		رشته: ریاضی - فیزیک		راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳			
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۲۱				پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه					
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir				دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۴۰۱					
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره		
۱	الف)	۱۲ ص	$m - 2 = 0 \xrightarrow{(+25)} m = 2 \quad n = m = 2 \quad (0/25)$	ب)	۲۱ ص	$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad (0/5)$	پ)	۱۹ و ۲۰ ص	$(B^T + 2I) = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 6 & 10 & 8 \\ 7 & 7 & 18 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 1 & 6 \\ 6 & 12 & 8 \\ 7 & 7 & 20 \end{bmatrix} \quad (0/25)$
۲		۳۱ و ۳۳ ص	$A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \quad (0/5) \rightarrow \frac{1}{5} A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \\ \frac{1}{10} & -\frac{3}{10} \end{bmatrix} \quad (0/25)$						
						$5A = \begin{bmatrix} 15 & -5 \\ 5 & -5 \end{bmatrix} \quad (0/25) \rightarrow (5A)^{-1} = \frac{1}{-50} \begin{bmatrix} -5 & 5 \\ -5 & 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \\ \frac{1}{10} & -\frac{3}{10} \end{bmatrix} \quad (0/25)$			
۳		۳۱ و ۱۹ ص	$(A - 3I)^2 = \underbrace{(A - 3I)(A - 3I)}_{(0/25)} = \underbrace{A^2 - 3AI - 3IA + 9I^2}_{(0/25)} \stackrel{AI=IA=A}{=} \underbrace{A^2 - 6A + 9I}_{I^2=I} \quad (0/5)$						
۴		۳۱ و ۲۸ ص	$ A = 2 \quad (0/5), \quad \left -\frac{1}{2} A^2 \right = \underbrace{\left(-\frac{1}{2} \right)^2}_{(0/5)} A ^2 = -2 \quad (0/25)$						
۵	الف) نادرست	۳۹ ص (۰/۲۵)	ب) ۵	۳۹ ص (۰/۲۵)					
۶		۴۳ ص	از مرکز دایره بر وتر عمود می‌کنیم عمود OH و تر AB را نصف می‌کند. $AH = \frac{1}{2} AB = 3 \quad (0/25)$			$OH = \frac{ 3(2) - 4(-1) + 10 }{\sqrt{9+16}} = 4 \quad (0/5)$			
						$OA^2 = OH^2 + AH^2 \rightarrow r^2 = (4)^2 + (3)^2 = 25 \quad (0/25), \quad (x-2)^2 + (y+1)^2 = 25 \quad (0/25)$			
« ادامه در صفحه دوم »									

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی- فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۲۱		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۴۰۱	
ردیف	راهنمای تصحیح		نمره
۷	$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \rightarrow \left(x^2 + ax + \frac{a^2}{4}\right) + \left(y^2 + by + \frac{b^2}{4}\right) = -c + \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} \quad (0/5)$ $\underbrace{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{b}{2}\right)^2}_{(0/25)} = \frac{a^2 + b^2 - 4c}{4} \rightarrow r^2 = \frac{a^2 + b^2 - 4c}{4} \xrightarrow{(0/25)} r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2}$		۴۱ ص
۸	$PF + PF' = 2a \xrightarrow{(0/25)} \sqrt{9 + m^2} + \sqrt{9 + m^2} = 10 \xrightarrow{(0/5)} m = \pm 4 \quad (0/5)$		۴۸ ص
۹	<p>نقطه D روی بیضی قرار دارد، بنا به تعریف بیضی: $DF + DF' = 2a \quad (0/25)$</p> <p>در مثلث قائم الزاویه DFF' بنا به قضیه فیثاغورث داریم:</p> $DF^2 + FF'^2 = DF'^2 \xrightarrow{(0/25)} DF^2 + (2c)^2 = (2a - DF)^2 \quad (0/25)$ $DF = \frac{a^2 - c^2}{a} \xrightarrow[0/5]{a^2 - c^2 = b^2} DF = \frac{b^2}{a}$		
۱۰	<p>با توجه به جایگاه کانون و معادله خط هادی، سهمی افقی و دهانه آن به سمت چپ می باشد. $(0/25)$</p> <p>مختصات راس سهمی $A(-1, 2) \quad (0/25)$، در این سهمی $a = AF = 2 \quad (0/25)$</p> <p>معادله آن برابر است با: $(y - 2)^2 = -8(x + 1) \quad (0/5)$</p>		۵۸ ص
۱۱	$\begin{cases} y^2 + 7x + 5 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \rightarrow x^2 + (-7x - 5) = 25 \xrightarrow{(0/25)} x^2 - 7x - 30 = 0$ $x = -3, x = 10 \quad (0/5)$ $\begin{cases} x = -3 \rightarrow y^2 = 16 \rightarrow y = \pm 4 \xrightarrow{(0/25)} (-3, 4), (-3, -4) \quad (0/25) \\ x = 10 \rightarrow y^2 = -75 \quad (0/25) \end{cases}$ <p>غ ق ق</p>		۵۸ ص
۱۲	<p>الف) $Z = 3 \quad (0/25)$ ۶۸ ص</p> <p>ب) رسم نمودار (به طوری که خط و خط چین مشخص باشد). (۱)</p>		۶۳ ص
			
« ادامه در صفحه سوم »			

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی - فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۲۱		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشوری ماه سال ۱۴۰۱	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
۱/۵	$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \vec{b} } \xrightarrow{(\cdot/25)} -\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2-n}{\sqrt{2} \times \sqrt{4+1+n^2}} \xrightarrow{(\cdot/5)} \frac{n-2}{\sqrt{n^2+5}} = 1 \quad (\cdot/25)$ $n^2 + 5 = n^2 - 4n + 4 \xrightarrow{(\cdot/25)} n = -\frac{1}{4} \quad (\cdot/25)$		۱۳ ص ۷۸
۱/۲۵	$\vec{a} = r\vec{b} \quad (\cdot/25)$ $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{(r\vec{b}) \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{r \vec{b} ^2}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = r\vec{b} = \vec{a} \quad (\cdot/25)$		۱۴ ص ۸۰
۲	$2\vec{b} = (2, 0, 2) \quad (\cdot/25), \quad 2\vec{b} - \vec{c} = (2, -2, 1) = 3 \quad (\cdot/5)$ $\vec{b} + \vec{c} = (1, 2, 2) \quad (\cdot/25)$ $S = \left \underbrace{\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})}_{(\cdot/25)} \right = \left \underbrace{(8, -5, 1)}_{(\cdot/5)} \right = 3\sqrt{10} \quad (\cdot/25)$		۱۵ الف) ص ۷۶ ب) ص ۸۱
۲۰			