

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	ثابت کنید حاصل جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است.	۱
۲	درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $a b$ و m, n دو عدد طبیعی باشند که $m \leq n$ ، آن گاه $a^m b^n$. ب) اگر $a b$ آن گاه $(a, b) = a$. پ) اگر $a \equiv b^m$ باشد، آن گاه باقی مانده های تقسیم دو عدد a و b بر m مساوی اند. ت) منظور از حل معادله هم نهشتی، پیدا کردن همه جواب های حقیقی است که در معادله $ax \equiv b^m$ صدق کند.	۱
۳	اگر $a > 1$ ، $a 4+9k$ و $a 3+5k$ ، ثابت کنید a عددی اول است.	۱
۴	اگر a عددی صحیح و دلخواه باشد، ثابت کنید همواره یکی از اعداد صحیح a یا $a+2$ یا $a+4$ بر ۳ بخش پذیر است.	۱/۵
۵	اگر دو عدد $(5-3a)$ و $(4a-7)$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $(9a+6)$ را به دست آورید.	۱
۶	معادله سیاله $18 = 5x + 2y$ را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.	۱/۵
۷	با توجه به گراف G (شکل مقابل)، به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) مسیر به طول ۳ از a به c بنویسید. ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید. پ) درجه رأس a در گراف G را تعیین کنید. ت) آیا گراف G همبند است؟ دلیل ارائه کنید. ث) $N_G(f)$ را معین کنید.	۲/۲۵
۸	گراف G ، ۳-منتظم است و اندازه آن ۳ واحد کمتر از ۲ برابر تعداد رأس های گراف است. مرتبه گراف را به دست آورده و گراف G را رسم کنید.	۱/۲۵
۹	عدد احاطه گری گراف شکل مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۱/۵
۱۰	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد.	۱
۱۱	می خواهیم ۲۰ نفر را به ۴ گروه ۵ نفره تقسیم کنیم. به چند طریق این کار امکان پذیر است؟	۱
۱۲	کوتاه پاسخ دهید. علی و حسین و ۵ نفر دیگر را به چند طریق می توان در یک صف کنار هم قرار داد، به طوری که: الف) علی و حسین کنار هم باشند. ب) ابتدا و انتهای صف علی و حسین ایستاده باشند.	۱

«بقیه سوالات در صفحه دوم»

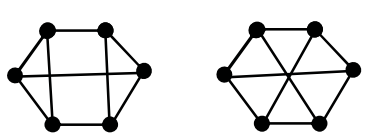
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱۳	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 15$ چند جواب صحیح نامنفی دارد به شرط آن که $x_1 > 2$ و $x_4 \geq 4$ باشد؟	۱/۵
۱۴	الف) تمام مربع های لاتین 2×2 را بنویسید. ب) آیا دو مربع لاتین 2×2 متعامد وجود دارد؟ دلیل بیاورید.	۱/۲۵
۱۵	در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۲۰۰ ($1 \leq n \leq 200$) چند عدد وجود دارد که بر ۴ بخش پذیر باشند ولی بر ۷ بخش پذیر <u>نباشند</u> ؟	۱/۵
۱۶	حداقل چند نفر در یک سالن ورزشی مشغول تماشای مسابقه کشتی باشند تا مطمئن باشیم لااقل ۲۰ نفر از آن ها روز تولدشان در هفته، یکسان است؟	۰/۷۵
	" موفق باشید "	جمع نمره ۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	فرض کنیم r یک عدد گویا و x یک عدد گنگ است. نشان می‌دهیم که $r + x$ یک عدد گنگ است. فرض خلف: فرض کنیم $r + x$ گویا باشد. $(0/25)$ می‌دانیم تفاضل دو عدد گویا عددی گویا است. پس $(0/25) r + x - r \in Q$ یعنی $x \in Q$ $(0/25)$ و این با فرض گنگ بودن x تناقض دارد. پس فرض خلف باطل و حکم اثبات می‌شود. $(0/25)$ (مثال صفحه ۵)	۱
۲	الف) درست $(0/25)$ (تمرین ۸ صفحه ۱۶) پ) درست $(0/25)$ (تمرین ۶ صفحه ۲۹) ب) نادرست $(0/25)$ (کار در کلاس صفحه ۱۳) ت) نادرست $(0/25)$ (تعریف صفحه ۲۴)	۱
۳	$(0/25) a 27 - 20 \Rightarrow a 7 \xrightarrow{a>1} a = 7 \in P$ $(0/25)$ $(0/25) a 9(5k+3) - 5(9k+4) \Rightarrow a 9(5k+3) - 5(9k+4)$ (مشابه مثال صفحه ۱۲)	۱
۴	طبق الگوریتم تقسیم داریم: $a = 3k$ که بر ۳ بخش پذیر است. $(0/25)$ یا $(0/25) a = 3k + 1 \Rightarrow a + 2 = 3(k+1)$ $(0/25)$ یا $(0/25) a = 3k + 2 \Rightarrow a + 4 = 3(k+2)$ $(0/25)$ (مشابه سوال ۲ صفحه ۱۵)	۱/۵
۵	$(0/25) r = 4 \Rightarrow 9a + 6 \equiv 24 \equiv 4 \pmod{10} \Rightarrow a \equiv 2 \pmod{10} \Rightarrow 4a - 7 \equiv 3a - 5 \pmod{10}$ (سوال ۱۰ صفحه ۲۹)	۱
۶	$(0/25) 2y \equiv 18 \xrightarrow{(2,5)=1} y \equiv 9 \equiv 4 \pmod{5} \Rightarrow y = 5k + 4$ $(0/25) \Rightarrow 5x + 2(5k + 4) = 18$ $(0/25)$ $\Rightarrow x = -2k + 2$ $(0/25)$ (مشابه سوال ۱۲ صفحه ۲۹)	۱/۵
۷	الف) $abgc$ $(0/5)$ (تعریف مسیر صفحه ۳۸) پ) ۵ $(0/25)$ (مسئله صفحه ۳۸) ب) $bc d gb$ $(0/5)$ (تعریف دور صفحه ۳۸) ت) خیر $(0/25)$ زیرا دارای رأس ایزوله است هیچ مسیری به سایر رئوس وجود ندارد. $(0/5)$ (تعریف گراف همبند صفحه ۳۹) ث) $N_G(f) = \{ \}$ $(0/25)$ (مشابه مثال صفحه ۳۶)	۲/۲۵
۸	$(0/25) q = 2p - 3 \Rightarrow \frac{3p}{2} = 2p - 3 \Rightarrow p = 6$ $(0/25)$ به یکی از دو گراف زیر $(0/5)$ داده شود.  (مفهوم گراف منتظم صفحه ۳۵ و مشابه سوال ۶ صفحه ۴۲)	۱/۲۵
۹	طبق قضیه داریم $\gamma(G) = 2 \leq \left\lfloor \frac{\gamma}{4+1} \right\rfloor = 2$ $(0/5)$ از طرفی مجموعه $D = \{b, e\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. $(0/5)$ لذا $\gamma(G) \leq 2$ $(0/25)$. بنابراین $\gamma(G) = 2$ $(0/25)$ (مشابه فعالیت ۱ صفحه ۵۰)	۱/۵
۱۰	$D = \{a, e, c, h\}$ (۱) (در صورتی که مجموعه‌های مشابه که ویژگی مسئله را داشت، نوشتند، نمره داده شود.) (مشابه سوال ۴ کار در کلاس صفحه ۴۶)	۱
۱۱	در صورتی که جواب را به فرم $\frac{20!}{5! \times 5! \times 5! \times 5!}$ هم نوشتند، نمره داده شود. (مثال صفحه ۵۹) $\binom{20}{5} \binom{15}{5} \binom{10}{5} \binom{5}{5}$ $(0/25)$ $(0/25)$ $(0/25)$ $(0/25)$	۱
۱۲	الف) $6! \times 2!$ $(0/5)$ ب) $2! \times 5!$ $(0/5)$ (مشابه مثال صفحه ۵۷)	۱

ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح		
نمره			
۱۳	$y_1 = x_1 - 3, y_1 \geq 0$ (۰/۲۵) , $y_4 = x_4 - 4, y_4 \geq 0$ (۰/۲۵) $y_1 + 3 + x_2 + x_3 + y_4 + 4 + x_5 = 15$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y_1 + x_2 + x_3 + y_4 + x_5 = 8$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \end{pmatrix}$ (۰/۵) (مشابه سوال ۹ صفحه ۷۱)		
۱۴	الف) دو نوع مربع لاتین مرتبه ۲ داریم. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ (۰/۲۵) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ (۰/۲۵) ب) $\begin{pmatrix} 12 & 21 \\ 21 & 12 \end{pmatrix}$ (۰/۲۵) متعامد نیستند. (۰/۲۵) زیرا در مربع بالاعدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۲۵) (سوال ۲ کار در کلاس صفحه ۶۶)		
۱۵	$A = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 4k\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow A = \left[\frac{200}{4} \right] = 50$ (۰/۲۵) , $B = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 7k\}$ (۰/۲۵) $A \cap B = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 28k\}$ $\Rightarrow A \cap B = \left[\frac{200}{28} \right] = 7$ (۰/۲۵) $ A \cap B' = A - A \cap B $ (۰/۲۵) $= 50 - 7 = 43$ (۰/۲۵) (سوال ۲ صفحه ۸۳)		
۱۶	$k+1=20 \Rightarrow k=19$ (۰/۲۵) , $kn+1=19 \times 7 + 1 = 134$ (۰/۲۵) (مشابه مثال صفحه ۸۲)		
۲۰	جمع نمره		

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»